

Рабочая программа дисциплины «Марковские процессы и теория массового обслуживания»

Направление подготовки 38.03.05 Бизнес –информатика

Составитель

Программа рассмотрена и согласована на заседании кафедры экономики и управления
(протокол № от « » _____ 20 г.)

Заведующий кафедрой _____

(подпись)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание и структура дисциплины
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине
 - 4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.
 - 4.2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся
 - 4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации
 - 4.4. Методические материалы
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине
 - 6.1. Основная литература
 - 6.2. Дополнительная литература
 - 6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
 - 6.4. Нормативные правовые документы
 - 6.5. Интернет-ресурсы
 - 6.6. Иные источники
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина «Марковские процессы и теория массового обслуживания» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Таблица 1.1

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ДПК-29	Способность использовать основные методы математических и естественнонаучных дисциплин в профессиональной информационно-аналитической деятельности	ДПК - 29.3	Способность решать прикладные задачи бизнес-моделирования с использованием математических методов и математических моделей

В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Таблица 1.2

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта)/ профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
Выполнение обобщенных трудовых функций по регламентации процессов подразделений организации или разработка административных регламентов подразделений организации, моделирования бизнес-процессов.	ДПК-29.3	<p>На уровне знаний.</p> <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные понятия и основные методы линейной алгебры, математического анализа, дискретной математики, теории вероятностей, математической статистики, теории принятия решений, области их применения, их достоинства и недостатки, основные классы математических моделей; - основные понятия и основные методы теории анализа данных, интеллектуальной обработки данных, теории нечетких множеств, функционального программирования, эконометрики, многомерной математической статистики; - средства бизнес-аналитики и бизнес-моделирования.

	<p>На уровне умений. Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные, осуществлять предобработку и очистку данных; - использовать математические и инструментальные средства для анализа данных, извлечения знаний из данных, их интерпретации в условиях наличия больших данных; - оценивать качество решения задач анализа данных; <p>принимать решения в условиях многокритериальности, наличия нечеткости, неопределенности, риска с использованием методов исследования операций и методов теории принятия решений.</p>
--	--

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы /108 часов.

Таблица 2

Вид работы	Трудоемкость (акад/астр. часы)
Общая трудоемкость	108/81
Контактная работа с преподавателем	58/43,5
Лекции	20/15
Практические занятия	38/28.5
Лабораторные занятия	
Самостоятельная работа	50/37,5
Контроль	
Формы текущего контроля	ДЗ/КР/Т
Форма промежуточной аттестации	Зачет с оценкой

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина реализуется с применением дистанционных образовательных технологий (*далее - ДОТ*).

Дисциплина Б1.В.ДВ.02.02 «Марковские процессы и теория массового обслуживания» относится к числу дисциплин по выбору вариативной части учебного плана по направлению «Бизнес-информатика» 38.03.05. Преподавание дисциплины основано на дисциплинах – Б1.Б.07.03 «Теория вероятностей и математическая статистика», Б1.Б.07.01 «Математический анализ», Б1.В.21 «Дифференциальные и разностные уравнения», Б1.Б.08 «Теория систем и системный анализ». В свою очередь она создает необходимые предпосылки для освоения программ таких дисциплин, как Б1.В.03 «Моделирование бизнес-процессов», Б1.В.10 «Архитектура предприятия», Б1.В.08 «Управление жизненным циклом ИС», Б1.В.13 «Имитационное моделирование», Б1.В.ДВ.03.01 «Методы прогнозирования», Б1.В.ДВ.03.02 «Прогнозирование временных

рядов» и ряда дисциплин по выбору студента.

Дисциплина изучается в 5 семестре 3 курса.

Формой промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом является зачет с оценкой.

Содержание и структура дисциплины

Очная форма обучения

Таблица 3

№ п/п	Наименование тем (разделов),	Объем дисциплины (модуля), час.					Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации***	
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					СР
			Л*	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	Тема 1. Введение. Понятие случайного процесса (СП). Общая классификация.	12	2		4		6	ДЗ
Тема 2	Тема 2. Дискретные цепи Маркова	12	2		6		4	ДЗ
Тема 3	Тема 3. Непрерывные цепи Маркова	18	4		4		10	ДЗ/К
Тема 4	Тема 4. Понятие системы массового обслуживания	20	4		6		10	ДЗ
Тема 5	Тема 5. Математические модели систем массового обслуживания	28	4		14		10	ДЗ/К/Т
Тема 6	Тема 6. Метод динамики средних	18	4		4		10	ДЗ
Промежуточная аттестация						2*		30
Всего (акад./астр. часы):		108/81	20/15		38/28.5		50/37,5	

2* - консультация, не входящая в общий объем дисциплины

Примечание:

К - контрольные работы,

ДЗ – домашнее задание,

Т- тестирование,

ЗаО – зачет с оценкой.

Содержание дисциплины

Тема 1. Введение. Понятие случайного процесса (СП). Общая классификация случайного процесса.

Определение случайной функции. Классификация случайных функций. Элементарные случайные функции. Случайный процесс. Законы распределения случайных функций. Плотности распределения случайных функций. Характеристика случайного процесса. Математическое ожидание, дисперсия, корреляционная (автокорреляционная) функция. Стационарные случайные процессы. Коррелограмма. Эргодичность стационарных случайных функций. Элементы спектральной теории случайных функций. Дискретный и непрерывный спектры. Спектральная плотность. Нормированная, взаимная спектральная плотность. Стационарный белый шум.

Понятие случайного потока. Классификация потоков. Свойства потоков. Простейший поток. Стационарность, ординарность, отсутствие последствия. Свойства простейшего потока. Потоки Эрланга, Поток Пальма.

Тема 2. Дискретные цепи Маркова.

Марковский процесс. Марковская цепь. Классификация марковских цепей. Определение дискретной цепи Маркова. Способы задания. Поглощающая марковская цепь. Фундаментальная матрица. Решение задач анализа с помощью фундаментальной матрицы. Анализ временных характеристик. Оценка надежности. Оценка производительности алгоритмов с помощью марковских цепей. Эргодическая марковская цепь. Уравнение Колмогорова для дискретной марковской цепи. Примеры решения задач анализа с помощью марковских цепей.

Тема 3. Непрерывные цепи Маркова.

Определение непрерывной цепи Маркова. Способы задания. Понятие интенсивности перехода. Уравнение Колмогорова для анализа марковских цепей. Стационарный режим. Эргодические марковские цепи. Схема «гибели-размножения». Решение систем дифференциальных (алгебраических уравнений) Колмогорова. Операционное исчисление. Прямое и обратное преобразования Лапласа. Оригинал и изображение. Свойства изображений. Таблица изображений. Примеры решения систем дифференциальных уравнений с помощью операционного исчисления. Сведение к марковским цепям. Поток Эрланга. Метод «псевдосостояний». Полумарковские цепи. Примеры решения полумарковских процессов.

Тема 4. Понятие системы массового обслуживания.

Определение системы массового обслуживания. Понятие заявки. Классификация систем массового обслуживания. Многоканальные и многофазные системы. Входной поток, выходной поток, поток обслуживания. Дисциплины постановки и извлечения заявок из очереди. Характеристики систем массового обслуживания. Предельные вероятности состояний. Вероятность отказа. Абсолютная и относительная пропускная способность. Среднее число заявок, находящихся в очереди. Среднее число заявок, связанных с системой. Среднее время ожидания заявки в очереди. Среднее время пребывания заявки в системе. Формулы Литтла. Связь основных характеристик СМО.

Тема 5. Математические модели систем массового обслуживания.

Классификация моделей СМО Кенделла. Условные обозначения СМО различных классов. Простейшая система массового обслуживания. Условия стационарности СМО. Расчет параметров СМО. Одноканальная СМО с отказами. Многоканальные СМО с ожиданием. Многоканальные СМО с отказами. СМО с ограничением на длину очереди. СМО с недостоверным обслуживанием. СМО с ограничением времени ожидания (с «непрерывными» заявками).

СМО с потоками общего вида. Формулы Полячека-Хинчина. Примеры решения экономических задач методами массового обслуживания. Сети СМО. Открытые и закрытые стохастические сети. Решение стохастических сетей. Условие стационарности. Теорема Джонсона. Использование моделей при решении задач имитационного моделирования.

Тема 6. Метод динамики средних.

Сущность и содержание метода динамики средних. Уравнения Ланчестера. Примера решения задач методом динамики средних. Задача Вольтерра-Лотки. Дифференциальные уравнения для средних численностей состояний. Учет зависимости интенсивностей потоков событий от численностей состояний. Принцип квазирегулярности. Методы системной динамики. Информационная обратная связь. Примеры решения задач системной динамики.

3. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

Промежуточная аттестация может проводиться с использованием ДОТ.

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.

3.1.1. В ходе реализации дисциплины используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Таблица 4.1

Тема (раздел)	Формы (методы) текущего контроля успеваемости
Тема 1. Введение. Понятие случайного процесса (СП). Общая классификация.	Защита задания
Тема 2. Дискретные цепи Маркова	Защита задания
Тема 3. Непрерывные цепи Маркова	Защита задания, контрольная работа
Тема 4. Понятие системы массового обслуживания	Защита задания
Тема 5. Математические модели систем массового обслуживания	Защита задания, контрольная работа, тестирование
Тема 6. Метод динамики средних	Защита задания

4.1.2. Зачет проводится с применением следующих методов (средств) :

Зачет проводится в компьютерном классе. Во время зачета проверяется этап освоения компетенций ДПК - 29.3

Во время проверки сформированности этапа компетенции ДПК - 29.3 оцениваются:

- Презентация модели и полученных результатов в виде отчета или в офисных приложениях.
- Оценка правильности ответов на поставленные вопросы или тесты

4. 2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.

Блок 1. Пена ответа на вопрос 1.

При построении теста выбрать случайным образом 8 вопросов первого блока.

Одна попытка с указанием правильный или неправильный ответ

ЗАДАНИЕ № 1. (- выберите один вариант ответа)

Поток не является простейшим, если он:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1) Стационарен.

- 2) Ординарен.
- 3) Регулярен.
- 4) Не имеет последствий.

Правильный ответ - 3

ЗАДАНИЕ № 2. (- выберите несколько вариантов ответа)

К показателям эффективности СМО с неограниченной очередью относят:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1) Среднюю длину очереди.
- 2) Вероятность отказа.
- 3) Относительную пропускную способность.
- 4) Среднее число занятых каналов.

Правильный ответ – 1,3,4

ЗАДАНИЕ № 3. (- выберите несколько вариантов ответа)

К многоканальным системам массового обслуживания с ожиданием относятся:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1) Будка телефонного автомата.
- 2) Совокупность касс в супермаркете.
- 3) Крупный таможенный пропускной пункт.
- 4) Аварийно – спасательная служба.

Правильный ответ – 2,3

ЗАДАНИЕ № 4. (- выберите один вариант ответа)

Интенсивность простейшего потока с течением времени:

1. Не изменяется
2. Возрастает
3. Убывает
4. Меняется случайным образом.
5. Имеет несколько тенденций

Правильный ответ - 1

ЗАДАНИЕ № 5. (- выберите один вариант ответа)

Промежуток времени между двумя соседними заявками выходного потока представляет собой:

1. Время простоя канала.
2. Время ожидания в очереди.
3. Время между соседними входными заявками.
4. Шаг моделирования.
5. Время обслуживания одной заявки
6. Время обслуживания плюс время простоя канала

Правильный ответ - 5

ЗАДАНИЕ № 6. (- выберите несколько вариантов ответа)

Пуассоновский поток – это поток, обладающий свойствами:

1. Однородности
2. Ординарности
3. Стационарности
4. Отсутствия последствий
5. Регулярности

Правильный ответ – 2,3,4

ЗАДАНИЕ № 7. (- введите число)

Для одноканальной СМО с ожиданием относительная пропускная способность равна:

Правильный ответ - 1

ЗАДАНИЕ № 8. (- выберите один вариант ответа)

Для одноканальной СМО с ожиданием среднее число заявок в системе это:

1. Емкость накопителя.
2. Среднее число заявок в канале плюс среднее число заявок в накопителе
3. Среднее число заявок во всех каналах
4. Среднее число заявок во всех накопителях
5. Число заявок в канале, накопителе и на входе

Правильный ответ – 2

ЗАДАНИЕ № 9. (- выберите один вариант ответа)

Если вероятность попадания на малый интервал времени двух и более заявок практически равна нулю, то поток называется:

1. Редким
2. Детерминированным
3. Однородным
4. Ординарным
5. Независимым
6. Без последействия.

Правильный ответ - 4

ЗАДАНИЕ № 10. (- выберите один вариант ответа)

Если вероятность попадания на интервал времени заявки зависит только от длины интервала, но не зависит от момента времени, то поток называется:

1. Редким
2. Детерминированным
3. Однородным
4. Ординарным
5. Независимым
6. Стационарным
7. Без последействия.

Правильный ответ - 6

ЗАДАНИЕ № 11. (- выберите один вариант ответа)

Для одноканальной СМО с отказами относительная пропускная способность равна вероятности того, что:

1. Канал свободен
2. Канал занят
3. Заявки нет в системе
4. Число заявок на выходе равно числу заявок на входе

Правильный ответ -2

ЗАДАНИЕ № 12. (- выберите один вариант ответа)

Для СМО с отказами среднее число занятых каналов –это Среднее число заявок:

1. В системе
2. В очереди
3. На входе
4. На выходе

Правильный ответ - 1

ЗАДАНИЕ № 13.

1. Чему равна финальная вероятность нахождения процесса в поглощающем состоянии, если в графе марковской цепи только одно поглощающее состояние?

Правильный ответ - 1

ЗАДАНИЕ № 14.

В чем заключается принцип «квасирегулярности»?

1. Отсутствие регулярности
2. Замена измерений оценками характеристики
3. Интенсивность потоков событий зависит от самих событий

4. Интенсивность потока событий зависит от численностей состояний процесса
5. Интенсивность потока событий зависит от средних значений численностей состояний

Правильный ответ - 5

ЗАДАНИЕ № 15.

Что такое поток Эрланга 3-го порядка?

1. Поток, получаемый суммой других потоков.
2. Поток, получаемый случайным прореживанием потока общего вида
3. Поток, получаемый сохранением каждого третьего однородного события потока общего вида
4. Поток, получаемый сохранением каждого третьего однородного события простейшего потока
5. Поток, получаемый удалением каждого третьего однородного события простейшего потока

Правильный ответ - 4

ЗАДАНИЕ № 16.

Как связаны между собой интенсивность простейшего потока и математическое ожидание времени между соседними заявками?

1. Не связаны
2. Обе характеристики случайны и связаны корреляционной зависимостью
3. Равны друг другу
4. Обратны друг другу
5. Интенсивность вычисляется как корень второго порядка из математического ожидания

Правильный ответ - 4

Блок 2. Цена ответа на вопрос 2

При построении теста выбрать случайным образом 6 вопросов второго блока.

Одна попытка с указанием правильный или неправильный ответ

ЗАДАНИЕ № 17.

Марковский случайный процесс с непрерывным временем имеет два состояния. Интенсивность перехода из состояния 1 в состояние 2 равна $0,18 \text{ с}^{-1}$. Чему равна вероятность перехода из состояния 1 в состояние 2 к моменту времени 9 с (считая от начала наблюдения)?

Ответ дать с точностью до одного знака после запятой. Для разделения целых использовать запятую

Правильный ответ -0,8

ЗАДАНИЕ № 18.

Марковский случайный процесс с непрерывным временем имеет два состояния. Интенсивность перехода из состояния 1 в состояние 2 равна $0,18 \text{ с}^{-1}$. Чему равна вероятность остаться в состоянии 1 к моменту времени 10 с (считая от начала наблюдения)?

Ответ дать с точностью до двух знаков после запятой. При ответе использовать правила округления. Для разделения целых использовать запятую

Правильный ответ -0,17

ЗАДАНИЕ № 19.

Для одноканальной СМО с отказами рассчитать вероятность отказа, если известны интенсивности входного потока и потока обслуживания $\lambda = 0,5$; $\mu=1$.

Ответ дать с точностью до двух знаков после запятой. При ответе использовать правила округления. Для разделения целых использовать запятую

Правильный ответ – 0,33

ЗАДАНИЕ № 20.

Для одноканальной СМО с отказами рассчитать среднее время обработки заявки,

если известны интенсивности входного потока и потока обслуживания $\lambda = 0,5$; $\mu=1$.

Ответ дать с точностью до двух знаков после запятой. При ответе использовать правила округления. Для разделения целых использовать запятую

Правильный ответ – 0,67

ЗАДАНИЕ № 21.

Для простейшей СМО рассчитать среднее время обработки заявки, если известны интенсивности входного потока и потока обслуживания $\lambda = 0,5$; $\mu=1$.

Правильный ответ – 2

ЗАДАНИЕ № 22.

Для простейшей СМО рассчитать среднее число заявок в системе, если известны интенсивности входного потока и потока обслуживания $\lambda = 0,5$; $\mu=1$.

Правильный ответ – 1

ЗАДАНИЕ № 23.

Для простейшей СМО рассчитать среднее время ожидания заявки в очереди, если известны интенсивности входного потока и потока обслуживания $\lambda = 0,5$; $\mu=1$.

Правильный ответ – 1

ЗАДАНИЕ № 24.

Для простейшей СМО рассчитать среднее число заявок в очереди, если известны интенсивности входного потока и потока обслуживания $\lambda = 0,5$; $\mu=1$.

Правильный ответ – 0,5

ЗАДАНИЕ № 25.

Для двухканальной СМО с отказами рассчитать вероятность того, что СМО будет свободна от обслуживания заявок, если известны интенсивности входного потока и потока обслуживания $\lambda = 0,5$; $\mu=1$.

Ответ дать с точностью до двух знаков после запятой.

Правильный ответ – 0,62

ЗАДАНИЕ № 26.

Погода на некотором острове через длительные периоды времени становится то дождливой (состояние e_1), то сухой (состояние e_2). Вероятности ежедневных изменений заданы матрицей:

$$P = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}$$

Определить вероятность того, что будет дождь через два дня, если в исходном состоянии погода сухая

Правильный ответ -0,52

ЗАДАНИЕ № 27.

Погода в Питере через длительные периоды времени становится то дождливой или снежной (первое состояние), то сухой (второе). Вероятности ежедневных изменений заданы матрицей:

$$P = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$$

Определить вероятность того, что погода будет сухая через три дня, если в исходном состоянии она сухая. Ответ дать с точностью до двух знаков после запятой

Правильный ответ -0,45

ЗАДАНИЕ № 28.

Некоторая совокупность рабочих семей поделена на три группы: ε_1 – семьи, не имеющие автомашины и не намеревающиеся ее приобрести; ε_2 – семьи, не имеющие автомашины, но собирающиеся ее приобрести, и, наконец, ε_3 – семьи,

имеющие автомашину. Статистические обследования дали возможность оценить вероятность перехода семей из одной группы на протяжении года в другую. При этом матрица перехода оказалась такой:

$$P = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0 & 0,7 & 0,3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

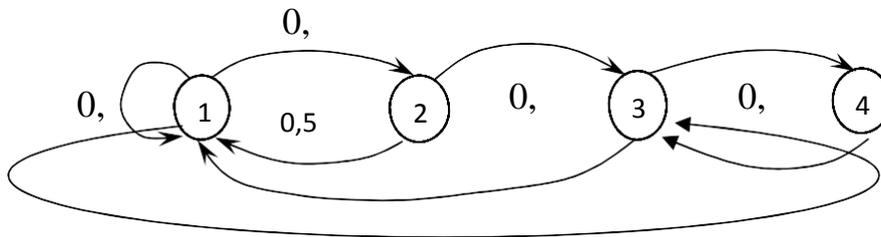
Какова вероятность того, что семья, не имеющая машины и не желающая ее приобрести, через три года будет иметь машину? Ответ дать с точностью до двух знаков после запятой

Правильный ответ – 0,32.

Блок 3. Цена вопроса -3 балла При построении теста выбрать случайным образом 2 вопроса третьего блока. Одна попытка с указанием правильный или неправильный ответ

ЗАДАНИЕ № 29.

Марковская цепь имеет вид, как показано на рисунке.

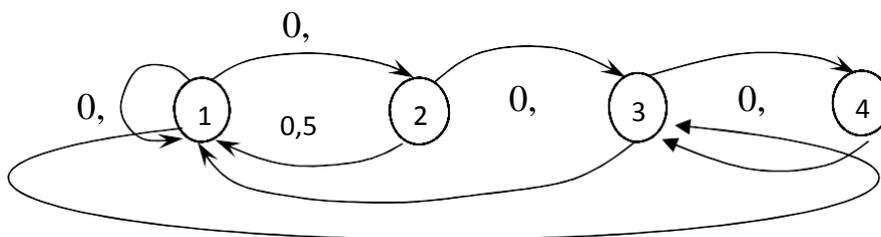


Найти вероятность нахождения процесса в третьем состоянии через два шага времени, если известно начальное состояние марковской цепи, $P(0)=(0, 1, 0, 0)$.

Правильный ответ -0,25

ЗАДАНИЕ № 30.

Марковская цепь имеет вид, как показано на рисунке.



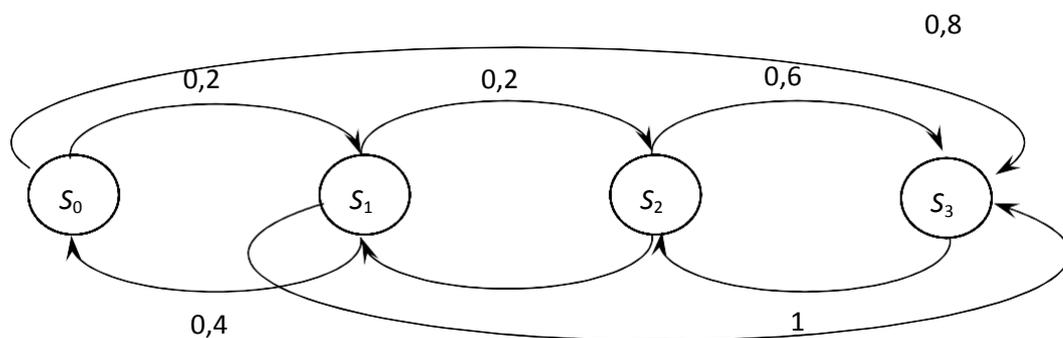
Найти вероятность нахождения процесса во втором состоянии через два шага времени, если известно начальное состояние марковской цепи, $P(0)=(1, 0, 0, 0)$.

Правильный ответ -0,04

ЗАДАНИЕ № 31.

Определить финальные вероятности нахождения дискретной марковской цепи в

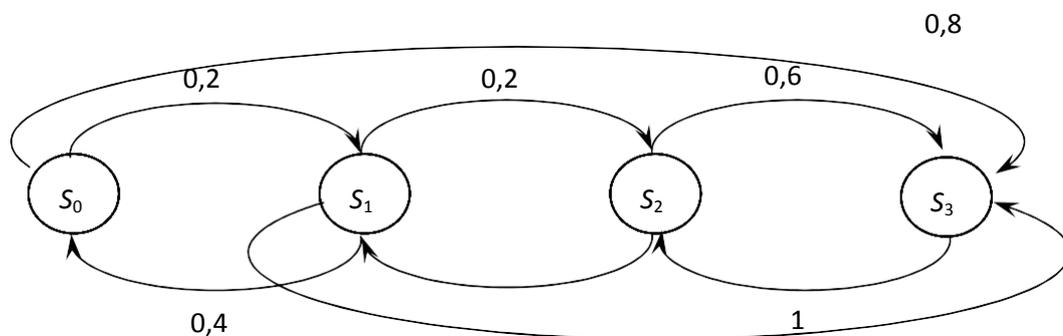
нулевом состоянии, если ее граф имеет вид как показано на рисунке.



Ответ дать с точностью до двух знаков после запятой
 Правильный ответ -0,07

ЗАДАНИЕ № 32.

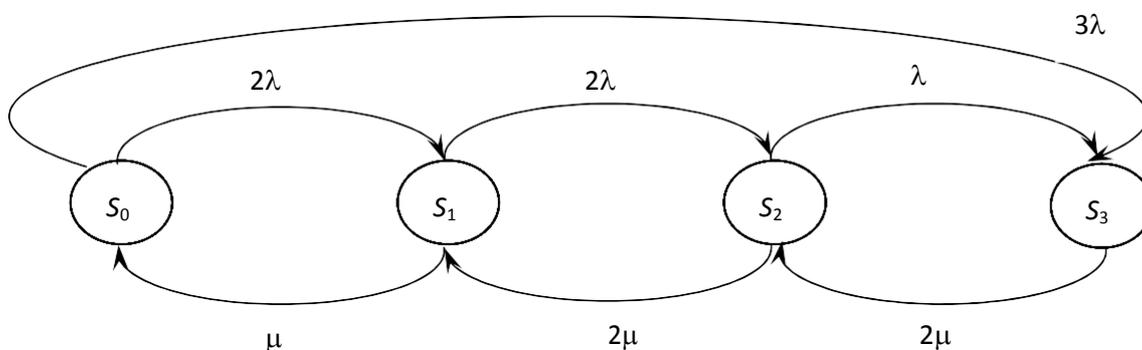
Определить финальные вероятности нахождения дискретной марковской цепи во первом состоянии, если ее граф имеет вид как показано на рисунке.



Ответ дать с точностью до двух знаков после запятой
 Правильный ответ -0,17

ЗАДАНИЕ № 33.

Непрерывная марковская цепь задана схемой гибели-размножения. Построить дифференциальные, алгебраические уравнения и решить систему алгебраических уравнений для $\lambda = 10 \text{ с}^{-1}$, $\mu=20 \text{ с}^{-1}$. Найти вероятность нахождения процесса в нулевом состоянии

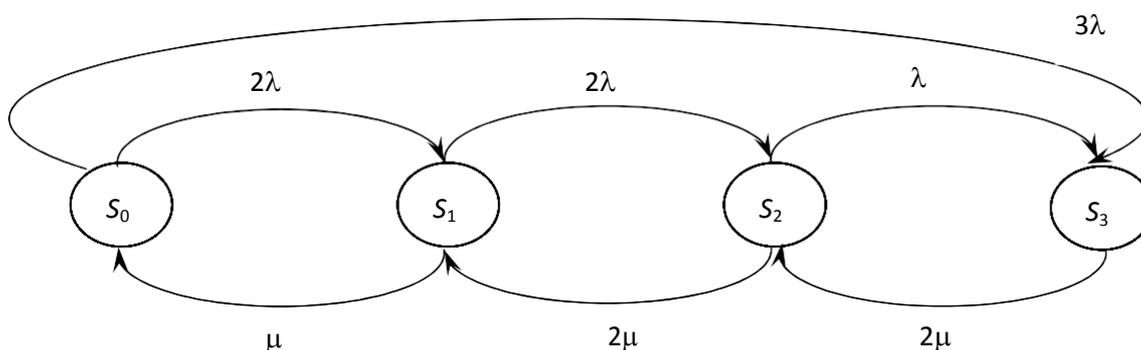


Ответ дать с точностью до двух знаков после запятой
 Правильный ответ -0,21

ЗАДАНИЕ № 34.

Непрерывная марковская цепь задана схемой гибели-размножения. Построить дифференциальные, алгебраические уравнения и решить систему алгебраических

уравнений для $\lambda = 10 \text{ с}^{-1}$, $\mu = 20 \text{ с}^{-1}$. Найти вероятность нахождения процесса в первом состоянии



Ответ дать с точностью до двух знаков после запятой

Правильный ответ -0,53

Всего в тесте 16 вопросов.

Максимальная сумма баллов 8+12+6=26.

Оценка удовлетворительно выставляется, если получено не менее 40% правильных ответов (11 баллов).

26*0,4=10,4

Оценка хорошо – если получено 65% правильных ответов (17 баллов)

26*0,65=16,9.

Оценка отлично – если получено 85% правильных ответов (22 балла)

26*0,85=22,1

Типовые оценочные материалы по теме 1.

Домашнее задание 1. Случайные функции.

Задача 1. Найти: а) математическое ожидание; б) корреляционную функцию; в) дисперсию случайной величины $X(t) = U \sin 3t$, где U - случайная величина. Причем $M(U) = 10$; $D(U) = 0,2$.

Задача 2. Случайный процесс определяется соотношением $X(t) = X \sin \omega t$, где X - случайная величина с математическим ожиданием $M(X) = a$; $D(X) = \sigma^2$. Найти математическое ожидание, корреляционную и нормированную корреляционную функцию.

Задача 3. Найти взаимную корреляционную функцию двух случайных величин: $X(t) = t^2 U$, $Y(t) = t^3 U$, где U - случайная величина, причем $D(U) = 5$.

Задача 4. Заданы две случайные функции $X(t) = V \cos t$; $Y(t) = Ut$; математические ожидания всех случайных величин равны нулю. Дисперсии $D(V) = 1$; $D(U) = 1$. Корреляционная матрица системы случайных величин V, U имеет вид:

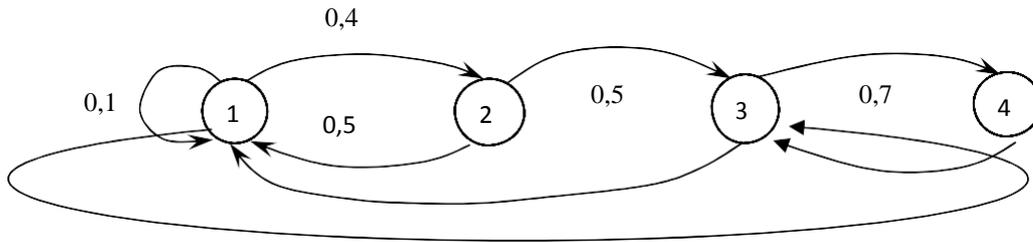
$$K = \begin{pmatrix} 1 & -0,5 \\ & 1 \end{pmatrix}$$

Определить взаимную корреляционную функцию $R_{XY}(t_1, t_2)$ и найти значение этой функции при $t_1 = 0$; $t_2 = 1$.

Типовые оценочные материалы по теме 2.

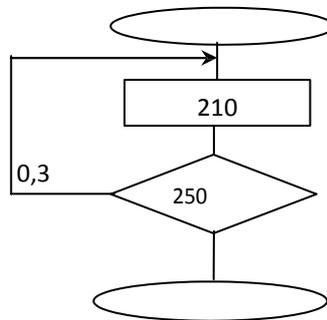
Домашнее задание 2. Дискретные марковские цепи.

Задание 1 Марковская цепь имеет вид, как показано на рисунке.



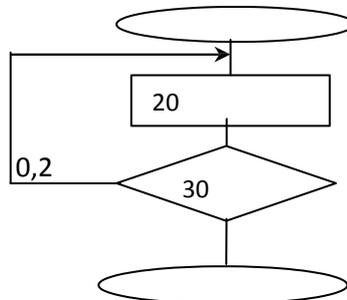
Найти $P(3)$, если известно начальное состояние марковской цепи, $P(0)=(0, 1, 0, 0)$.

Задание 2. Блок-схема алгоритма имеет вид, как показано на рисунке.



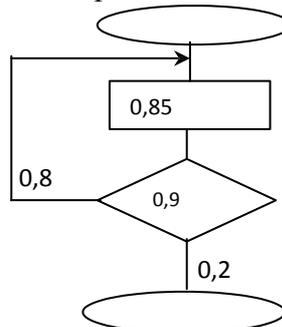
Найти математическое ожидание времени выполнения алгоритма.

Задание 3. Блок-схема алгоритма приведена на рисунке.



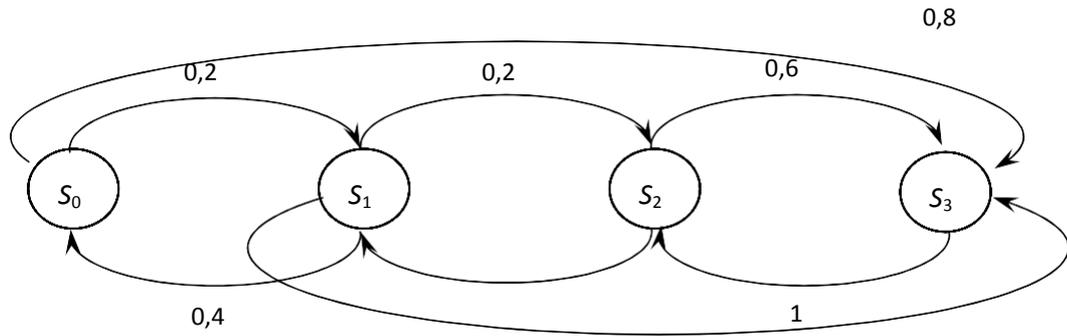
Найти математическое ожидание времени выполнения алгоритма.

Задание 4. Определить надежность программы, заданной блок-схемой алгоритма. В данной блок-схеме внутри прямоугольников указываются вероятности успешного завершения соответствующих процессов.



Задание 5. Определить финальные вероятности нахождения дискретной марковской цепи в различных состояниях, если ее граф имеет вид как показано на

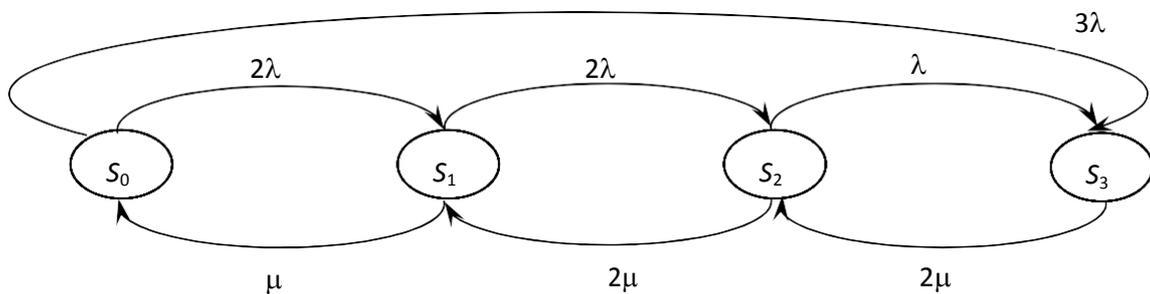
рисунке.



Типовые оценочные материалы по теме 3.

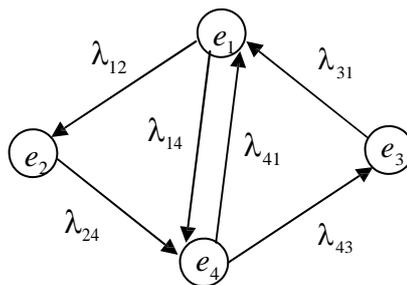
Домашнее задание 3. Непрерывная марковская цепь.

Задача 1.

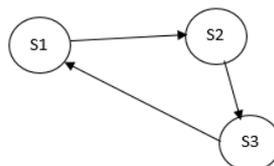


Непрерывная марковская цепь задана схемой гибели-размножения. Построить дифференциальные, алгебраические уравнения и решить систему алгебраических уравнений для $\lambda = 10 \text{ с}^{-1}$, $\mu = 20 \text{ с}^{-1}$.

Задача 2. Пусть дана стохастическая система, граф которой изображен на рисунке. Вычислить предельные вероятности состояний P_1, P_2, P_3, P_4 , если интенсивности потоков событий равны $\lambda_{12} = 2, \lambda_{14} = 1, \lambda_{24} = 1, \lambda_{31} = 3, \lambda_{41} = 2, \lambda_{43} = 2$.



Задача 3. Марковский процесс находится в трех состояниях. Граф марковской цепи приведен на рис.



Построить и решить систему дифференциальных и алгебраических уравнений если интенсивности переходов из состояния в состояние равны $\lambda_{12} = 2, \lambda_{23} = 1, \lambda_{31} = 1$, а в начальный момент времени процесс находится в первом состоянии. Задачу решить с помощью операционного исчисления, если известно, что

$$\frac{a}{(p+\alpha)^2 + a} \rightarrow e^{-\alpha t} \sin at$$

Найти вероятность нахождения процесса в первом состоянии.

Задача 4. Парк авиационного предприятия состоит из N однотипных самолетов.

Каждый из самолетов может находиться в одном из двух состояний: s_1 – исправен, s_2 – неисправен и находится в ремонте. Переход самолета из состояния s_1 в состояние s_2 происходит под действием потока неисправностей с интенсивностью λ . Среднее время ремонта неисправного самолета T_p . Поток ремонта тоже является пуассоновским. Составить и решить систему дифференциальных уравнений динамики средних.

Задача 5. Рассматривается система S — Техническое устройство, которое может выходить из строя под влиянием простейшего потока неисправностей с интенсивностью λ . Отказавшее устройство немедленно начинает восстанавливаться. Время восстановления (ремонта) T распределено не по показательному закону (как надо было бы для того, чтобы процесс был марковским), а по закону Эрланга 2-го порядка. Составить граф марковской цепи и систему дифференциальных уравнений Колмогорова, используя псевдосостояния.

Контрольная работа к теме 3.

Контрольная работа 1. Марковские цепи.

Приведен один вариант контрольной работы.

- 1) Построить марковскую цепь для анализируемого случайного процесса.
- 2) Решить систему алгебраических уравнений Колмогорова для стационарного режима работы.
- 3) Какую долю времени в среднем ТУ будет работать нормально?
- 4) Какую долю времени в среднем ТУ будет работать с необнаруженным отказом?
- 5) Построить график зависимости вероятности нормального функционирования ТУ от интенсивности потока отказов и интенсивности потока восстановления.
- 6) Найти средние затраты на обслуживание процесса, если известен вектор доходов (расходов) при нахождении процесса в различных состояниях $C = (5000 \quad -1000 \quad -1000 \quad -1000 \quad -6000)$.
- 7) Решить систему дифференциальных уравнений для переходного процесса. Определить зависимость вероятности нормального функционирования от времени.
- 8) При решении системы дифференциальных уравнений использовать пакеты математического моделирования

Ниже приведены восемь вариантов задания, посвященных описанию функционирования технического устройства. В заданиях предполагается, что устройство может выходить из строя. При выходе из строя технического устройства производится выявление факта неисправности, ее локализация, а затем или замена, или ремонт устройства. Все указанные действия предусматривают определенные финансовые расходы. Приведенные варианты отличаются друг от друга значениями параметров.

Вариант 1. Техническое устройство (ТУ) подвергается простейшему потоку отказов с интенсивностью $\lambda = 0,01$ ч⁻¹. Отказ обнаруживается не сразу, а через случайное время, распределенное показательным с параметром $\nu = 1$ ч⁻¹. Как только отказ обнаружен, производится осмотр ТУ, в результате которого оно либо направляется в ремонт (вероятность этого $p = 0,2$), либо списывается и заменяется новым. Время осмотра – показательное с параметром $\gamma = 0,5$ ч⁻¹; время ремонта – показательное с

параметром $\mu = 0,1$ ч-1; время замены списанного ТУ новым – показательное с параметром $\chi = 0,1$ ч-1

Типовые оценочные материалы по теме 4

Домашнее задание 4. Системы массового обслуживания

Задача 1. Оператор автоматизированного рабочего места обрабатывает данные, с интенсивностью $\lambda=0,1$ с-1. Для обработки цели оператору в среднем требуется $t_{обр}=5$ с с СКО $\sigma t=5$ с. Определить характеристики СМО, моделирующей работу оператора, если нет ограничений на память оператора и ЭВМ.

Задача 2. Как изменится время на обработку цели, если рассматривать не СМО с ожиданием, а СМО с отказами.

Задача 3. Процесс обработки моделируется одноканальной СМО. Оценить затраты за сутки если:

- Стоимость обслуживания заявки в час равна 1000 руб./час
- Стоимость простоя оборудования в час равна 100 руб./час
- Стоимость ожидания в обслуживании заявки равна 50 руб/час
- Рабочий день равнее 8 часам;
- Интенсивность простейшего входного потока равна 1 час-1;
- Интенсивность потока обслуживания равна 2 час-1.

Типовые оценочные материалы по теме 5.

Домашнее задание 5 Системная динамика

Задача 1. Построить и решить заадчу «хищники-жертвы».

Система Вольтерра-Лотка, которую часто называют системой хищники-жертвы, описывает взаимодействие двух популяций - хищников (например, лисиц) и жертв (например, зайцев), которые живут по несколько разным "законам". Жертвы поддерживают свою популяцию за счет поедания природного ресурса, например, травы, что приводит к экспоненциальному росту численности популяции, если нет хищников. Хищники поддерживают свою популяцию за счет только "поедания" жертв. Поэтому, если популяция жертв исчезает, то вслед за этим популяция хищников экспоненциально убывает. Поедание хищниками жертв наносит ущерб популяции жертв, но в то же время дает дополнительный ресурс к размножению хищников.

Модель имеет вид:

$$\begin{cases} dx / dt = \alpha x - \beta xy \\ dy / dt = -\gamma y + \delta xy \end{cases}$$

Зададим параметры модели.

Кол-во кроликов (x)	Кол-во рысей (y)	Параметры системы, день-1	
527,0	53,0	alfa	0,1
554,0	57,0	beta	0,0009
580,0	61,0	gamma	0,028
606,0	66,0	delta	0,0002

Контрольная работа к теме 5.

Контрольная работа 2. Системы массового обслуживания.

Задача 1. Система массового обслуживания в соответствии с классификацией Кендалла имеет вид M/G/1. Известны параметры потоков $\lambda=3$ с-1, $\mu=2$ с-1. В соответствии с указанной записью входной поток является простейшим, а поток обслуживания

является поток общего вида. Необходимо найти математическое ожидание времени нахождения заявки в СМО.

Задача 2. Рассматривается СМО вида D/N/1. В данной СМО согласно приведенной записи входной поток N – детерминированный, а поток обслуживания – D равномерный. Известны временные характеристики для этих потоков $\bar{t}_{ex} = 3 \pm 1$ с; тобсл = 4с. Нужно найти математическое ожидание времени нахождения заявки в очереди на обслуживание $\bar{t}_{оч}$.

Задача 3. Открытая стохастическая сеть состоит из трех СМО и описывается матрицей передач:

$$R = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0,2 & 0,3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Найти коэффициенты передач данной сети.

Задача 4. Открытая стохастическая сеть состоит из трех СМО и описывается матрицей передач:

$$R = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0,2 & 0,3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

В каком случае будет существовать стационарный режим работы сети, если интенсивность входного потока $\Lambda = 1$ с⁻¹.

Типовые тесты.

ЗАДАНИЕ № 1. (выберите несколько вариантов ответа)
Поток является простейшим, если он:

- 5) Стационарен.
- 6) Ординарен.
- 7) Регулярен.
- 8) Не имеет последствий.

ЗАДАНИЕ № 2. (выберите несколько вариантов ответа)
К показателям эффективности СМО с неограниченной очередью относят:

- 5) Среднюю длину очереди.
- 6) Вероятность отказа.
- 7) Относительную пропускную способность.
- 8) Среднее число занятых каналов.

ЗАДАНИЕ № 3. (выберите несколько вариантов ответа)
К многоканальным системам массового обслуживания с ожиданием относятся:

- 5) Будка телефонного автомата.
- 6) Совокупность касс в супермаркете.
- 7) Крупный таможенный пропускной пункт.
- 8) Аварийно – спасательная служба.

ЗАДАНИЕ № 4. (свободный ответ).

Найти требуемое число каналов для многоканальной СМО с отказами, чтобы выполнялись ограничения:

$$P_{отк} < 0,02:$$

$$P_0 > 0,45.$$

если $\lambda = 2$; $\mu = 4$.

Задание 5. (свободный ответ)

Найти оптимальный по стоимости вариант простейшей СМО, если $\lambda = 20$ ч⁻¹

№	μ	C1(обслуживания в час)	C2 (ожидания в час)	C3 (простоя оборудования в час)
1	30	30	60	20
2	40	40	60	40
3	60	50	60	80

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

Таблица 4.2

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ДПК-29	Способность использовать основные методы математических и естественнонаучных дисциплин профессиональной информационно-аналитической деятельности	ДПК - 29.3	Способность решать прикладные задачи бизнес-моделирования с использованием математических методов и математических моделей

Таблица 4.3

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ДПК - 29.3	<ol style="list-style-type: none"> Решает прикладные задачи бизнес-моделирования с использованием методов теории вероятностей и математической статистики, теории случайных процессов Демонстрирует понимание используемых методов и моделей. Объясняет принятые допущения и ограничения, их влияние на качество бизнес-моделирования 	<ol style="list-style-type: none"> Полное и правильное решение задачи. Дано объяснение полученных результатов, диапазона их использования, указаны ограничения и допущения

Для оценки сформированности компетенций, знаний и умений, соответствующих данным компетенциям, используются контрольные вопросы, а также задачи, при решении которых необходимо построить метаматематические модели, спланировать и провести эксперименты с ними.

Типовые вопросы, выносимые на зачет:

- Классифицировать случайные функции. Дать определение случайного процесса.
- Описать характеристики случайных процессов
- Дать определение стационарных случайных процессов.
- Объяснить свойство эргодичности случайных функций

5. Сделать обзор основ спектрального анализа случайных функций. Дать определение спектра. Описать содержание прямого и обратного преобразования Фурье.
6. Дать определение марковского процесса и марковской цепи. Определить дискретные и непрерывные марковские цепи. Привести примеры.
7. Указать способы задания дискретной марковской цепи. Определить граф и матрицу переходов дискретной марковской цепи. Привести примеры.
8. Сформулировать уравнение Колмогорова для дискретной марковской цепи. Указать правила его построения. Привести примеры.
9. Характеризовать поглощающие дискретные марковские цепи. Дать определение фундаментальной матрицы. Описать правила ее построения. Интерпретировать фундаментальную матрицу. Привести примеры ее практического применения для исследования случайных процессов.
10. Описать организацию анализа оперативности процесса с помощью фундаментальной марковской цепи.
11. Описать организацию анализа надежности процесса с помощью фундаментальной марковской цепи.
12. Дать определение эргодической дискретной марковской цепи. Описать уравнение Колмогорова для эргодической марковской цепи. Привести примеры.
13. Дать определение непрерывной марковской цепи. Указать способы ее задания. Объяснить понятие интенсивности переходов. Привести примеры.
14. Продемонстрировать построение и решение системы дифференциальных уравнений Колмогорова.
15. Продемонстрировать решение непрерывной марковской цепи для стационарного процесса.
16. Характеризовать эргодическую непрерывную марковскую цепь.
17. Дать определение схемы «гибели-размножения». Пояснить состояния. Привести примеры. Получить решение системы алгебраических уравнений Колмогорова для стационарного процесса для схемы «гибели-размножения».
18. Описать способы приближенного сведения немарковских процессов к марковским. Характеризовать метод «псевдосостояний».
19. Сделать обзор основ операционного исчисления. Дать определение образа и изображения. Описать свойства изображений. Привести примеры прямого и обратного преобразования Лапласа.
20. Привести примеры решения систем дифференциальных уравнений с помощью операционного исчисления.
21. Характеризовать сущность и содержание метода динамики средних.
22. Описать модели боя Ланчестера. Привести примеры ее применения.
23. Привести примеры решения систем дифференциальных уравнений с помощью метода системной динамики.
24. Дать определение пуассоновского потока событий (заявок). Описать свойства стационарности, отсутствия последствия, ординарности. Описать свойства простейшего потока.
25. Дать определение системы массового обслуживания (СМО). Определить многоканальную СМО с отказами. Привести формулы Эрланга для предельных вероятностей.
26. Дать определение, построить граф многоканальной СМО с отказами. Описать основные характеристики СМО.
27. Описать одноканальную СМО с ожиданием (с ограничением на длину очереди). Привести соотношения для предельных вероятностей состояний.
28. Описать одноканальную СМО с ожиданием (с ограничением на длину очереди). Дать определение и привести формулу для вычисления вероятности отказа, абсолютной и относительной пропускной способности.

29. Описать одноканальная СМО с ожиданием (с ограничением на длину очереди). Получить формулы для расчета среднего числа заявок, находящихся в очереди, среднего число завязок, находящихся в системе.

30. Описать одноканальную СМО с ожиданием (без ограничения на длину очереди). Получить выражение для расчета среднего время ожидания заявки в очереди, среднего времени пребывания заявки в системе. Привести примеры.

31. Описать одноканальную СМО с ожиданием (без ограничения на длину очереди). Указать условие существования установившегося режима работы. Привести соотношения для расчета предельных вероятностей состояний СМО.

32. Описать многоканальную СМО с ожиданием (с ограничением на длину очереди). Привести соотношения для расчета предельных вероятностей состояний СМО.

33. Описать многоканальную СМО с ожиданием (с ограничением на длину очереди). Привести соотношения для расчета вероятности отказа, относительной и абсолютной пропускной способность, среднего числа занятых каналов.

34. Описать многоканальную СМО с ожиданием (с ограничением на длину очереди). Привести соотношения для расчета среднее времени ожидания заявки в очереди, среднего времени пребывания заявки в системе.

35. Описать многоканальную СМО с ожиданием (без ограничения на длину очереди). Указать условия существования установившегося режима работы. Определить предельные вероятности состояний.

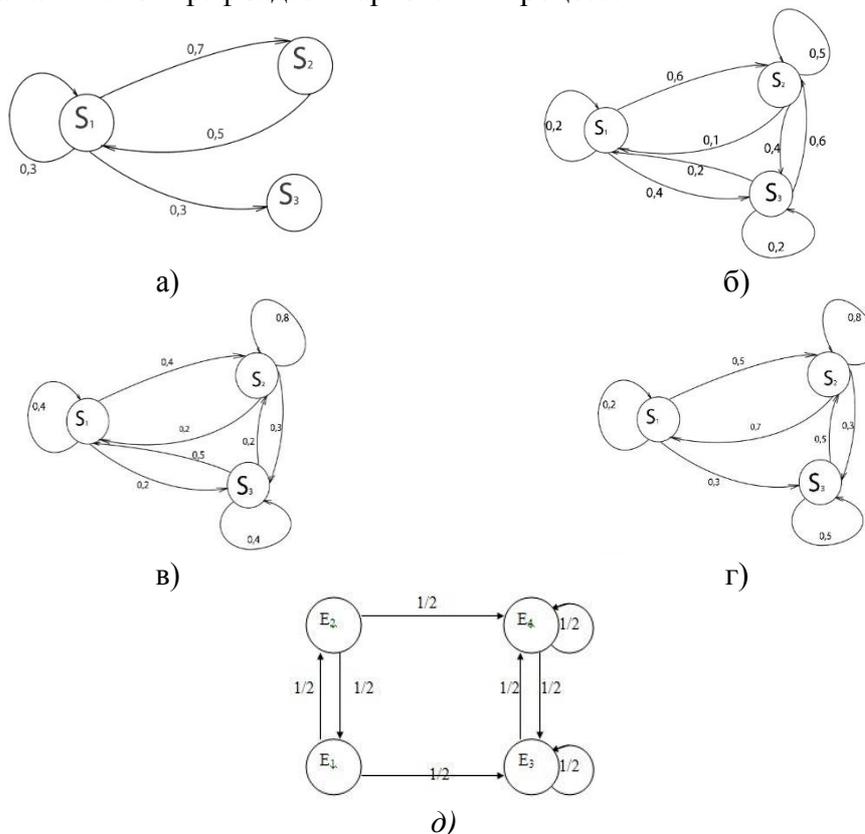
36. Описать СМО с ограничением времени ожидания.

37. Описать СМО с «взаимопомощью» между каналами.

38. Дать характеристику потоков Пальма, потоков Эрланга..

Типовые контрольные задания на зачет:

Задача 1. Какой граф задает марковский процесс:



Рисунок

Задача 2. Предположим, что некая фирма осуществляет доставку оборудования по Москве: в северный округ (обозначим А), южный (В) и центральный (С). Фирма имеет группу курьеров, которая обслуживает эти районы. Понятно, что для

осуществления следующей доставки курьер едет в тот район, который на данный момент ему ближе. Статистически было определено следующее:

1. после осуществления доставки в А следующая доставка в 30 случаях осуществляется в А, в 30 случаях – в В и в 40 случаях – в С;
2. после осуществления доставки в В следующая доставка в 40 случаях осуществляется в А, в 40 случаях – в В и в 20 случаях – в С;
3. после осуществления доставки в С следующая доставка в 50 случаях осуществляется в А, в 30 случаях – в В и в 20 случаях – в С.

Таким образом, район следующей доставки определяется только предыдущей доставкой. Найти долю числа курьеров осуществляющих доставку в разные районы Москвы.

Задача 3. Погода на некотором острове через длительные периоды времени становится то дождливой (Д), то сухой (С). Вероятности ежедневных изменений заданы матрицей:

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} Д & С \end{matrix} \\ \begin{matrix} Д \\ С \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,4 & 0,6 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

а) Если в среду погода дождливая, то какова вероятность, что она будет дождливой в ближайшую пятницу?

б) Если в среду ожидается дождливая погода с вероятностью 0,3, то какова вероятность, что она будет дождливой в ближайшую пятницу?

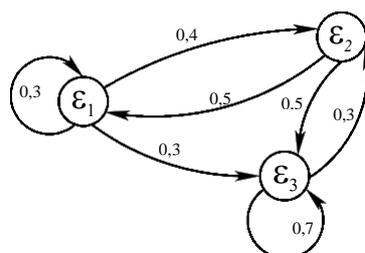
Задача 4. В некоторой местности климат весьма изменчив. Здесь никогда не бывает двух ясных дней подряд. Если сегодня ясно, то завтра с одинаковой вероятностью пойдет дождь или снег. Если сегодня снег (или дождь), то с вероятностью 1/2 погода не изменится. Если все же она изменится, то в половине случаев снег заменяется дождем или наоборот и лишь в половине случаев на следующий день будет ясная погода.

Требуется:

а) принимая в качестве состояний цепи различные виды погоды Д, Я, С, выписать матрицу Р вероятностей перехода;

б) построить граф, соответствующий матрице Р.

Задача 5. Дан граф (рис.):



Составить переходную матрицу. Найти вектор состояния процесса после второго шага, если в начальный момент времени процесс находился в первом состоянии.

Шкала оценивания.

Оценка результатов производится на основе балльно-рейтинговой системы (БРС). Использование БРС осуществляется в соответствии с приказом от 28 августа 2014 г. №168 «О применении балльно-рейтинговой системы оценки знаний студентов». БРС по дисциплине отражена в схеме расчетов рейтинговых баллов (далее – схема расчетов). Схема расчетов сформирована в соответствии с учебным планом направления, согласована с руководителем научно-образовательного направления, утверждена деканом факультета. Схема расчетов доводится до сведения студентов на первом занятии по данной дисциплине и является составной частью рабочей программы дисциплины и содержит информацию по изучению дисциплины, указанную в Положении о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в АНОВО «Институт социальных наук»

На основании п. 14 Положения о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в АНОВО «Институт социальных наук» принята следующая шкала перевода оценки из многобалльной системы в пятибалльную:

Таблица 4.4

Количество баллов	Оценка	
	прописью	буквой
96-100	отлично	А
86-95	отлично	В
71-85	хорошо	С
61-70	хорошо	Д
51-60	удовлетворительно	Е

4.4. Методические материалы

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, включают в себя:

- комплект тестовых заданий по темам дисциплины,
- основания для получения максимального количества баллов,

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Рабочей программой дисциплины предусмотрены следующие виды аудиторных занятий: лекции, практические занятия, контрольные работы. На лекциях рассматриваются наиболее сложный материал дисциплины. Лекция сопровождается презентациями, компьютерными текстами лекции, что позволяет студенту самостоятельно работать над повторением и закреплением лекционного материала. Для этого студенту должно быть предоставлено право самостоятельно работать в компьютерных классах в сети Интернет.

Практические занятия предназначены для самостоятельной работы студентов по решению конкретных задач дискретно математики. Ряд практических занятий проводится в компьютерных классах с использованием Excel. Каждое практическое занятие сопровождается домашними заданиями, выдаваемыми студентам для решения внеаудиторное время. Для оказания помощи в решении задач имеются тексты практических заданий с условиями задач и вариантами их решения.

С целью контроля сформированности компетенций разработан фонд контрольных заданий. Его использование позволяет реализовать балльно-рейтинговую оценку, определенную приказом от 28 августа 2014 г. №168 «О применении балльно-рейтинговой системы оценки знаний студентов».

С целью активизации самостоятельной работы студентов в системе дистанционного обучения Moodle разработан учебный курс «Имитационное моделирование», включающий набор файлов с текстами лекций, практикума, примерами задач, а также набором тестов для организации электронного обучения студентов.

Для активизации работы студентов во время контактной работы с преподавателем отдельные занятия проводятся в интерактивной форме. В основном, интерактивная форма занятий обеспечивается при проведении занятий в компьютерном классе.

Интерактивная форма обеспечивается наличием разработанных файлов с заданиями, наличием контрольных вопросов, возможностью доступа к системе дистанционного обучения, а также к тестеру.

Контрольные вопросы для подготовки к занятиям

Таблица 5

п/п	Наименование темы или раздела дисциплины (модуля)	Контрольные вопросы для самопроверки
	Тема 1. Введение. Понятие случайного процесса (СП). Общая классификация СП.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Определение СП. 2. Реализация СП. 3. Сечение СП. 4. Классификация по признаку дискретности или непрерывности значений случайной функции и ее аргумента. 5. Классификация по устойчивости законов распределения во времени. 6. Классификация по зависимости будущего развития процесса от его «предыстории». Определение марковского СП. 7. Примеры СП разных типов.
	Тема 2. Дискретные цепи Маркова	<ol style="list-style-type: none"> 1. Определение. 2. Матрицы одношагового и n-шагового переходов. 3. Вектор состояний системы после k-го шага. 4. Классификация состояний дискретной цепи Маркова. 5. Эргодические цепи Маркова. Предельные (финальные) вероятности состояний. Способы их нахождения. 6. Поглощающие цепи Маркова. Фундаментальная матрица. Среднее число попаданий системы в число S_i до момента поглощения.
	Тема 3. Непрерывные цепи Маркова	<ol style="list-style-type: none"> 1. Основные понятия и определения. 2. Уравнения Колмогорова для вероятностей состояний. Вывод. Правило состояний. 3. Эргодические процессы с непрерывным временем. Предельные вероятности состояний. 4. Процесс «гибели и размножения». Предельные вероятности состояний. Вывод. 5. Потоки событий. Стационарность, отсутствие последствия, ординарность. 6. Пуассоновский поток событий. 7. Простейший поток. Его свойства.

		Распределение вероятности длительности интервала между соседними событиями. 8. Интегрирование систем дифференциальных уравнений Колмогорова.
	Тема 4. Понятие системы массового обслуживания (СМО).	1. Основные определения. 2. Классификация СМО. 3. Многоканальная СМО с отказами. Граф. Системы ДУ Колмогорова. 4. Формулы Эрланга для предельных вероятностей состояний. 5. Основные характеристики СМО. 6. Примеры нахождение основных характеристик СМО.
	Тема 5. Математические модели массового обслуживания	1. Приведите примеры простейших СМО. 2. Приведите примеры СМО с отказами (одноканальные и многоканальные) 3. СМО с ограничением на длину очереди. Как определить вероятность отказа, абсолютную и относительную пропускную способность. 4. Среднее число заявок, связанных с системой. Среднее время ожидания заявки в очереди. Среднее время пребывания заявки в системе. 5. Формула Литтла. 6. СМО без ограничения на длину очереди. Условие существования установившегося режима работы. Предельные вероятности состояний.
	Тема 6. Метод динамики средних	1. Идея метода. Область применимости. 2. Дифференциальные уравнения для средних численностей состояний. 3. Учет зависимости интенсивностей потоков событий от численностей состояний. 4. Принцип квазирегулярности.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература.

1) Балдин К. В. Основы теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс] : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев ; под общ. ред. К. В. Балдина. - Электрон. дан. - М. : Флинта [и др.], 2010. - 488 с.

2) Высшая математика для экономистов : учебник, рек. М-вом образования Рос. Федерации / [Н. Ш. Кремер и др.] ; под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ, 2014. - 479 с.

3) Красс М. С. Математика для экономистов : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб.[и др.] : Питер, 2010. - 464 с.

4) Красс М. С. Математические методы и модели для магистрантов экономики : учеб. пособие, рек. М-вом образования Рос. Федерации / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - 2-е изд., доп. - СПб.[и др.] : Питер, 2010. - 496 с.

5) Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов, рек. М-вом образования Рос. Федерации / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮНИТИ, 2012. - 551 с.

Все источники основной литературы взаимозаменяемы

6.2 Дополнительная литература.

1) Бородин А. Н. Случайные процессы : учебник / А. Н. Бородин. - СПб.[и др.] : Лань, 2013. - 639 с.

2) Моделирование экономических процессов : [учебник для вузов по специальностям экономики и упр. (080100) : соответствует Федер. гос. образоват. стандарту 3-го поколения / Е. Н. Лукаш и др.] ; под ред. М. В. Грачевой, Ю. Н. Черемных, Е. А. Тумановой. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮНИТИ, 2013. - 543 с.

3) Соколов Г. А. Теория случайных процессов для экономистов : учеб. пособие для вузов / Г. А. Соколов. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 207 с.

4) Стрикалов А. И. Экономико-математические методы и модели : пособие к решению задач / А. И. Стрикалов, И. А. Печенежская. - Ростов н/Д : Феникс, 2008. - 349 с.

5) Таранцев А. А. Инженерные методы теории массового обслуживания / А. А. Таранцев. – изд. 2-е, перераб. и доп. – СПб: Наука, 2007 – 175 с.

6) Матальцкий М. А.; Хацкевич Г. А. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы - Минск : Вышэйшая школа, 2012. Language: Russian, База данных: Университетская библиотека онлайн - University Library Online

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

1. Положение об организации самостоятельной работы студентов в АНОВО «Институт социальных наук»

6.4 Нормативные правовые документы

Не используются

6.5. Интернет-ресурсы.

Русскоязычные ресурсы

- Электронные учебники электронно - библиотечной системы (ЭБС) «Айбукс»
- Электронные учебники электронно – библиотечной системы (ЭБС) «Лань»
- Научно-практические статьи по финансам и менеджменту Издательского дома «Библиотека Гребенникова»
- Статьи из периодических изданий по общественным и гуманитарным наукам «Ист - Вью»
- Информационно-правовые базы - Консультант плюс, Гарант.

Англоязычные ресурсы

- EBSCO Publishing - доступ к мультидисциплинарным полнотекстовым базам данных различных мировых издательств по бизнесу, экономике, финансам, бухгалтерскому учету, гуманитарным и естественным областям знаний, рефератам и полным текстам публикаций из научных и научно-популярных журналов.
- Emerald- крупнейшее мировое издательство, специализирующееся на электронных журналах и базах данных по экономике и менеджменту. Имеет статус основного источника профессиональной информации для преподавателей, исследователей и специалистов в области менеджмента.

Возможно использование, кроме вышперечисленных ресурсов, и других электронных ресурсов сети Интернет.

6.6. Иные источники.

Не используются.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Все практические занятия проводятся в компьютерном классе. Учебная дисциплина включает использование программного обеспечения Microsoft Excel, Microsoft Word для подготовки текстового и табличного материала, графических иллюстраций.

Методы обучения с использованием информационных технологий (компьютерное тестирование, демонстрация мультимедийных материалов).

Интернет-сервисы и электронные ресурсы (поисковые системы, электронная почта, профессиональные тематические чаты и форумы, системы аудио и видео конференций, онлайн энциклопедии, справочники, библиотеки, электронные учебные и учебно-методические материалы).

Система дистанционного обучения Moodle.